

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τριώνυμο: $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda, \lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

- α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$ (Μονάδες 8)
- β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών. (Μονάδες 5)
- γ) Αν $\lambda > 0$ το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)
- δ) Αν $0 < \lambda \neq 1$ και x_1, x_2 με $x_1 < x_2$ είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου, τότε να βρείτε το πρόσημο του γινομένου $f(0) \cdot f(\kappa) \cdot f(\mu)$, όπου κ, μ είναι αριθμοί τέτοιοι ώστε $x_1 < \kappa < x_2 < \mu$. (Μονάδες 6)