

## Γ' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- A. Αν  $f(x)$  και  $g(x)$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις, να δείξετε ότι για την συνάρτηση  $F(x) = f(x) + g(x)$  ισχύει  $F'(x) = f'(x) + g'(x)$ .

Μονάδες 9

- B. α. Να διατυπώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας για ένα ενδεχόμενο  $A$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων.

Μονάδες 3

- β. Τι εκφράζει η αθροιστική συχνότητα  $N_i$  της τιμής  $x_i$  μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ ;

Μονάδες 3

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$  όταν  $f(x) \leq f(x_1)$  για κάθε  $x$  σε μια περιοχή του  $x_1$ .

Μονάδες 2

- β. Το τόξο  $\alpha_i$  ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων είναι ίσο με  $\alpha_i = 360^\circ \cdot v_i$ .

Μονάδες 2

- γ. Αν  $A, B$  είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου τότε το ενδεχόμενο να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα δύο είναι  $(A \cup B)'$ .

Μονάδες 2

- δ. Ισχύει: 
$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

Μονάδες 2

- ε. Το εύρος σε ομαδοποιημένα δεδομένα μπορεί να διαφέρει από τα αντίστοιχα δεδομένα πριν αυτά ομαδοποιηθούν.

Μονάδες 2

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x^2 + 1) + x + \sqrt{a+15}$ , όπου  $a$  μια σταθερά με  $a \geq -15$ .

**A.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x)$

Μονάδες 3

**B.** Να βρείτε:

**α.** την  $f'(x)$ .

Μονάδες 5

**β.** το  $\lim_{x \rightarrow -1} \left[ f'(x) \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - x - 2} \right]$ .

Μονάδες 5

**Γ.** Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f(x)$  που είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = x$  είναι  $y = x + \sqrt{a+15}$ .

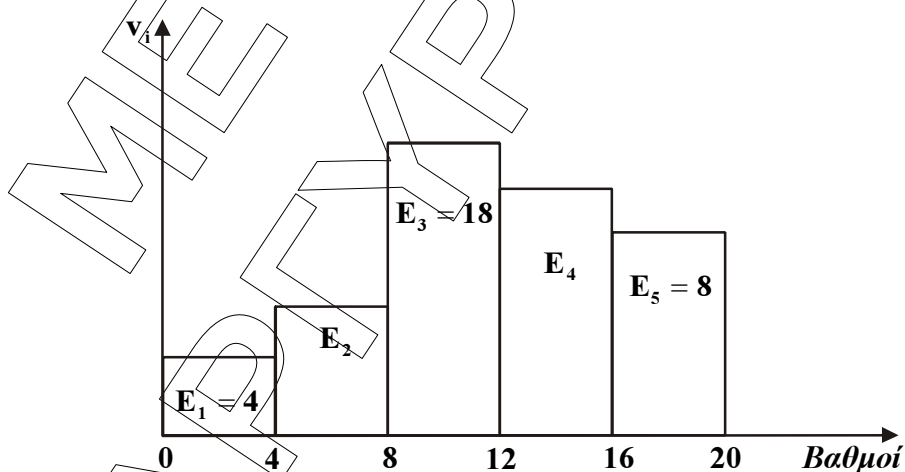
Μονάδες 6

**Δ.** Να βρείτε την τιμή του  $a$  αν η διάμεσος των τεταγμένων των σημείων της ευθείας ( $\varepsilon$ ) τα οποία έχουν τεταγμένες  $0, 1, 9, 10$  είναι  $50$ .

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων δείχνει τις βαθμολογίες των μαθητών της Γ' Λυκείου ενός σχολείου, σε ένα διαγώνισμα. Μέσα στα ορθογώνια που έχουν βάση ίση με τη μονάδα δίνονται τα εμβαδά τριών από αυτά.



Αν  $N_4 = 6v_2$  και το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι  $50$ , τότε:

**A.** Να βρείτε το πλήθος των μαθητών.

Μονάδες 3

- B.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Μονάδες 10

- Γ.** Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή της Γ' Λυκείου του σχολείου να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων.

**α.** Ο βαθμός του γραπτού να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 10 και μικρότερος του 17.

Μονάδες 6

**β.** Ο βαθμός του γραπτού να είναι κάτω από 10 ή τουλάχιστον 16.

Μονάδες 6

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Έστω  $\Omega = \{2, 3, 6, \kappa, \lambda, \mu\}$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και το ενδεχόμενο  $A = \{\kappa, \lambda, \mu\}$ , ώστε να ισχύουν:  $P(A) = \frac{1}{2}$  και

$$2P(2) = \frac{P(3)}{3} = P(6) = P(\kappa) = \frac{P(\lambda)}{2}.$$

- A.** Να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$ .

Μονάδες 5

- B.** Να βρείτε τα  $\kappa, \lambda, \mu$  αν η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\lambda}{3}x^3 - 12x^2 + 20x + 2010$  έχει εφαπτομένη στο σημείο  $A(-1, f(-1))$  με συντελεστή 48 ενώ τα  $\kappa$  και  $\mu$  είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων της με  $\kappa$  μικρότερο του  $\mu$ .

Μονάδες 4

- Γ.** Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \frac{2x^2 - 32}{\sqrt{2x - 3} - \sqrt{5}}$ .

Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $\Delta$  της  $g(x)$  και στη συνέχεια τα στοιχεία του ενδεχομένου  $B$  όταν:  $B = \{x \in \Omega \text{ και } x \in \Delta\}$ .

Μονάδες 4

- Δ.** Σε ένα δείγμα 160 παρατηρήσεων που ακολουθούν κανονική κατανομή οι 4 από αυτές είναι μεγαλύτερες από το 20 ενώ το εύρος  $R$  των παρατηρήσεων είναι ίσο με τα  $\frac{3}{4}$  της μέσης τιμής  $\bar{x}$ .

Να βρείτε το ενδεχόμενο  $\Gamma = \{c \in \Omega \text{ ώστε ο } c \text{ προστιθέμενος σε όλες τις παρατηρήσεις να γίνεται το δείγμα ομοιογενές}\}$ .

Μονάδες 4

- E.** Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων  $A \cap \Gamma, B - \Gamma, A \cup \Gamma, B \cup A'$ .

Μονάδες 8